

## 十二回連載 ワンポイントレッスン 第六回

# 現場で使える 研磨加工の理論と計算手法



河面敏雄(株)河面研磨技術特別研究室, 宇根憲暢(防衛大学校)

平面ポリシングにおける平面度変化を追う理論式を導き、計算結果とガラス材料のピッチポリシングの実験結果がよく一致することを述べてきた。次のステップとして、図6.1のような修正板を用いる場合を取り上げてみる。

修正板は、前回の円板状工作物の外径を大きくした円板状ジグであり、リング状工具の内外径よりもはみ出した状態で使用される。前回の図5.3の計算結果に見られるリング状工具の内外周部の磨耗残りによる凹形状を平坦に均す働きを持つ。なお、これは研磨と全く同じ状況であるが、研磨ジグの減耗である。用語としては研磨ではなく「作用」を用いることにする。

### 1. 修正板とリング状工具の間の相対速度

円板状修正板とリング状工具の幾何学的関係とそれぞれの任意の点A( $r_{cp}, \theta_{cp}$ )、( $r, \theta$ )を図6.2に示す。両者の減耗量は、ここでも速度  $v$ 、圧力  $p$ 、時間  $t$  に比例し、その比例定数を  $\eta_{cp}$ 、 $\eta_t$  とする。両者の初期形状が設定されると、半径  $r_{cp}$  および  $r$  が一回転して描く円軌跡上の平均速度( $v_{cp}$ )、( $v_t$ )、平均圧力( $p_{cp}$ )、( $p_t$ )、それに作用時間との積によって、 $x$  軸上に減耗量と断面形状の変化が算出できる。両者の微小時間  $\Delta t$  の減耗量  $\Delta h_{cp}$ 、 $\Delta h_t$  の基本式は式(6.1)、式(6.2)で表す。

$$\Delta h_{cp} = \eta_{cp} \cdot (v_{cp}) \cdot (p_{cp}) \cdot \Delta t \quad (6.1)$$

$$\Delta h_t = \eta_t \cdot (v_t) \cdot (p_t) \cdot \Delta t \quad (6.2)$$

点Aにおける速度  $v$  については、両者の回転数を  $N_{cp}$ 、 $N_t$  とすれば式(6.3)のようになり、 $r$ 、 $\theta$  による表示と  $r_{cp}$ 、 $\theta_{cp}$  による表示が可能である。

$$\begin{aligned} v &= 2\pi \{ N_{cp}^2 \cdot C^2 + r^2 (N_t - N_{cp})^2 \\ &\quad + 2N_{cp}(N_t - N_{cp}) \cdot C \cdot r \cos \theta \}^{1/2} \\ &= 2\pi \{ N_t^2 \cdot C^2 + r_{cp}^2 (N_t - N_{cp})^2 \\ &\quad + 2N_t(N_t - N_{cp}) \cdot C \cdot r_{cp} \cos \theta_{cp} \}^{1/2} \quad (6.3) \end{aligned}$$

両者の作用部分の点Aの速度を求めることが可能になり、さらにははみ出し部分の速度0にして点Aが1回転する際の平均速度( $v_{cp}$ )、( $v_t$ )が式(6.4)、式(6.5)で算出できる。

$$(v_{cp}) = (1/\pi) \int v \cdot d\theta_{cp} \quad (6.4)$$

$$(v_t) = (1/\pi) \int v \cdot d\theta \quad (6.5)$$

これらの平均速度のほか、後述の平均圧力を求めるときにも、積分範囲が制約され次のようになる。

- 1) 修正板が工具からはみ出していない  $r_{cp} \leq (Ra - C)$ 、 $r_{cp} \leq (C - Rb)$  のとき、積分範囲は  $\theta_{cp} = 0 \sim \pi$
- 2) 工具の内周からのみはみ出す  $r_{cp} \leq (Ra - C)$ 、 $r_{cp} \geq (C - Rb)$  のとき積分範囲は  $\theta_{cp} = 0 \sim \alpha_{cp1}$
- 3) 工具の外周のみはみ出す  $r_{cp} \geq (Ra - C)$ 、 $r_{cp} \leq (C - Rb)$  のとき積分範囲は  $\theta_{cp} = \alpha_{cp2} \sim \pi$
- 4) 工具の内外周の双方にはみ出す  $r_{cp} \geq (Ra - C)$ 、 $r_{cp} \leq (C - Rb)$  のとき積分範囲は  $\alpha_{cp1} \sim \theta_{cp} \sim \alpha_{cp2}$  である。ここで、

$$\alpha_{cp1} \text{ or } \alpha_{cp2} = \cos^{-1} \{ (r^2 - r_{cp}^2 - C^2) / 2C \cdot r_{cp} \} \quad (6.6)$$

- 5) 修正板の内外周からはみ出した工具については、 $r = Ra \sim Rb$  のすべてにおいて積分範囲  $\theta$  は、 $\theta = 0 \sim \alpha(r)$

である。ここで、

$$\alpha(r) = \cos^{-1} \{ (r^2 - R_{cp}^2 + C^2) / 2C \cdot r \} \quad (6.7)$$

### 2. 修正板が傾かない場合

研磨機には、修正板が工具面上で傾くことがないよう拘束状態におかれているものと、工具面上に自由状態に置かれているものがある。

ここで修正板が傾かない場合を先に取り上げる。付加荷重  $P_{cp}$  のもとで両者が理想的平面から運転を開始する。点Aにおける圧力分布( $p_{cp}$ )<sub>0</sub> は、式(6.8)で表すことができる。

$$(p_{cp})_0 = (p_t)_0 = P_{cp} / S_2 \quad (6.8)$$

$S = S_1 + S_2 + S_3$  は修正板の全面積であり、 $S_2$  は工具内外周のはみ出し部分を除いた作用面積であり、式(6.9)のようになる。なお、式(6.7)の  $\alpha(r)$  を用い、積分範囲を  $r = Rb \sim Ra$  とする。

$$S_2 = 2 \int r \cdot \alpha(r) \cdot dr \quad (6.9)$$

理想的平面から始まって  $t = 0 \sim \Delta t$  の間の  $r_{cp}$  上や  $r$  上の減耗量( $h_{cp}$ )<sub>1</sub>、( $h_t$ )<sub>1</sub> は、式(6.4)、式(6.5)、式(6.8)をもとにすれば、式(6.10)、式(6.11)で示される。

$$(h_{cp})_1 = (\Delta h_{cp})_1 = \eta_{cp} \cdot (v_{cp}) \cdot (p_{cp})_0 \cdot \Delta t \quad (6.10)$$

$$(h_t)_1 = (\Delta h_t)_1 = \eta_t \cdot (v_t) \cdot (p_t)_0 \cdot \Delta t \quad (6.11)$$

次に微小時間  $\Delta t$  を経過しただけで両者の形状が

変化し、それに応じて工具が弾性変形し、新たな圧分布力のもとでまた減耗が進むことになる。 $(n-1)\Delta t \sim n\Delta t$  の  $r_{cp}$  上や  $r$  上の減耗量の一般式を式(6.12)および式(6.13)を示す。

$$(h_{cp})_n = \eta_w \cdot (v_{cp}) \cdot \{(p_{cp})_0 + (p_{cp})_1 + (p_{cp})_2 + \dots + (p_{cp})_{n-1}\} \cdot (1/\pi) \cdot \Delta t \quad (6.12)$$

$$(h)_n = \eta \cdot (v) \cdot \{(p)_0 + (p)_1 + (p)_2 + \dots + (p)_{n-1}\} \cdot (1/\pi) \cdot \Delta t \quad (6.13)$$

前回と同様に、 $(n-1)\Delta t$  と長時間にわたっても両者の減耗が均一で理想的平面が維持されたとするならば、式(6.8)で与えられる初期の圧力 $(p_{cp})_0$ は変化していないと言える。これをさらに拡張し、点 A における両者の減耗量の和が理想的平面を維持する $(n-1)\Delta H$ であれば、その点 A の圧力は初期の $(p_{cp})_0$ と同じである。言うまでもなく減耗量が $(n-1)\Delta H$ より小さいと圧力は $(p_{cp})_0$ よりも大きい。 $(n-1)\Delta H$ を式(6.14)に示す。

$$(n-1)\Delta H = (n-1) \cdot v_c \cdot (p_{cp})_0 \cdot \Delta t \cdot \left\{ \eta_w + \eta \left( \frac{R_{cp}^2}{R_a^2 - R_b^2} \right) \right\} \quad (6.14)$$

これから点 A における圧力  $p_{n-1}$  を求める。まず点 A を通る式(6.12)と式(6.13)をもとに両者の減耗量  $(h_{cp})_{n-1}$  と  $(h)_{n-1}$  の和を得る。それから式(6.14)の  $(n-1)\Delta H$  を差し引いて  $\zeta$  で除し、これを補正值として  $(p_{cp})_0$  に加え、式(6.15)を得る。 $v_c$  は修正板の中心 O' における速度、 $\zeta$  は弾性変形定数である。

$$p_{n-1} = (p_{cp})_0 + (1/\zeta) \cdot \{ (h_{cp})_{n-1} + (h)_{n-1} - (n-1)\Delta H \} \quad (6.15)$$

以上より式(6.12)と式(6.13)の  $(p_{cp})_{n-1}$  と  $(p)_{n-1}$  は、

$$(p_{cp})_{n-1} = (1/\pi) \int p_{n-1} \cdot d\theta_{cp} \quad (6.16)$$

$$(p)_{n-1} = (1/\pi) \int p_{n-1} \cdot d\theta \quad (6.17)$$

で表すことができる。積分範囲は式(6.4)、式(6.5)の 1 回転する際の平均速度算出に準じる。

### 3. 修正板が自由に傾く場合

修正板が工具面上で自由に傾くことができる場合である。工具の内外径からはみ出し面積の違いや工具減耗の半径上の片寄りがあると、 $y$  軸から  $C_e$  に位置する新たな  $O_e$  点を通る  $y'$  軸を中立軸にして傾く。これらが圧力分布の偏差を生み出す。

O 点を基準にし、修正板のはみ出しに原因するモーメント  $M_a$  を工具内径側のはみ出し部、作用部、工具外径側のはみ出しの和  $M_1 + M_2 + M_3$  とする。 $C_e$  については、修正板の微小円弧面積  $2\alpha(r) \cdot dr$  とその重心  $rs \sin \alpha(r) / \alpha(r)$  より、式(6.18)、式(6.19)、式(6.20)の関係がある。

$$M_a = (M_1 + M_2 + M_3) = P_{cp} \cdot C_e \quad (6.18)$$

$$M_1 \text{ and } M_3 = -2(P_{cp} / \pi R_{cp}^2) \cdot \int r s \sin \alpha(r) \cdot dr \quad (6.19)$$

$$M_2 = 2(p_{cp})_0 \cdot \int r s \sin \alpha(r) \cdot dr \quad (6.20)$$

ここで式(6.19)の積分範囲は上記 2)、3)の場合であり、式(6.20)は上記 4)の場合である。

次に両者が片寄って減耗すると修正板が傾くことも考える必要がある。両者の偏減りによるモーメント  $M_n$  の導出では、修正板の形状は軸心対称であるので工具形状の減耗だけに注目する。

$(n-1) \cdot \Delta t$  における修正板の傾きの原因になるモーメント  $M_n$  は、式(6.13)、式(6.7)を取り入れると式(6.21)のようになる。

$$M_n = (2/\zeta) \int \{ (h)_{n-1} \cdot r s \sin \alpha(r) \} \cdot dr \quad (6.21)$$

そこで  $M = M_a + M_n$  とし、 $y''$  軸を中立軸に修正板が角度  $\beta_n (= \tan \beta_n)$  傾いたとするならば、これらの関係は式(6.22)で表せる。

$$M = (1/\zeta) \cdot \beta_n \cdot \iint r (r - C_e) \cdot d\theta \cdot dr \quad (6.22)$$

積分範囲は、 $r$  を  $R_b \sim R_a$ 、 $\theta$  を  $0 \sim \alpha(r)$  とする。

修正板が自由に傾くような場合、式(6.15)の  $p_{n-1}$  に代わってさらに補正項がついた  $p_{n-1\beta}$  の式(6.15a)を用い、それから式(6.16)、式(6.17)、式(6.16)、式(6.17)の順に操作を進め減耗量、形状変化を算出することになる。

$$p_{n-1\beta} = p_{n-1} \cdot \{ 1 - \beta_n \cdot (r \cos \theta - C_e) \} \quad (6.15a)$$

### 4. まとめ

本稿では、第 5 回における工具からはみ出のない円板状工作物のポリシングに対し、はみ出しのある円板状修正板をとりあげた。条件の違いは僅かであるが理論式を導くとすると複雑になり、詳細説明には紙面が足りない。修正輪を使用する研磨の理論式誘導になるとさらに複雑になる。しかし、考え方としては第 5 回と第 6 回をあわせることで展開できる。

本連載の前半は、河西が「研磨加工の理論と計算手法」の基本的なところの見方を多少変えて説明してきた。後半は、宇根が主執筆者として具体的な説明に入る。

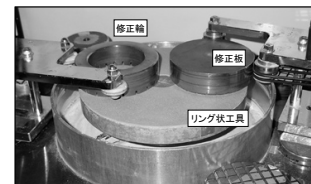


図 6.1 修正板を用いる研磨機

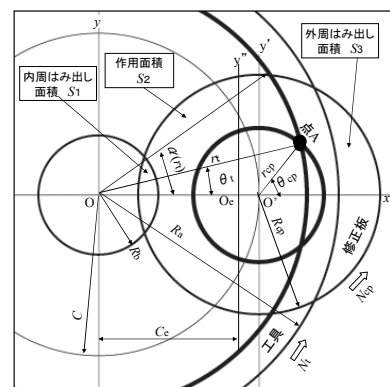


図 6.2 修正板と工具の幾何学的関係