〈12 回連載　ショートレクチャー〉

若手技術者のための研削工学

（第 4 回）研削加工の幾何学

奥山繁樹（防衛大名誉教授）

1．はじめに

初回のレクチャーで指摘したように，工作物の除去を担う砥粒切れ刃は，その形状も位置も定かでなく，工作物と干渉しても（切込みが入っても）すぐに切削を開始するとは限らない．また，一般砥粒砥石の場合には，研削を始めると不安定な砥粒はすぐに破砕・脱落し，残った砥粒も徐々に摩耗して切れ刃分布を変化させる．

図 1 は，フライス加工と研削加工を比較したものである．フライスの刃先あるいは砥粒切れ刃と工作物との相対運動形態は似ているが，上記の理由でフライス加工の幾何学をそのまま研削に適用することはできない．とは言え，フライス加工を摸した研削加工の幾何学を理解しておくことは，砥石と工作物の幾何学的作動条件と，切れ刃による工作物の除去作用との関係を把握する上で有用である．

なお，本稿では数式がたくさん出てくるので，拒否反応のある読者もおられるかと思うが，主要な式の構造と変数の意義・役割を理解するように努めて頂きたい．

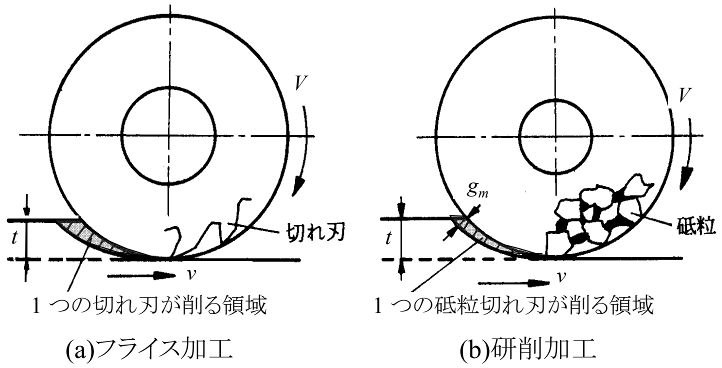

図 1　フライス加工と研削加工の類似性

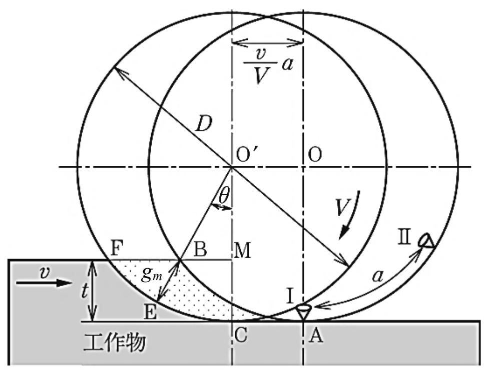

図 2　平面研削における相対運動モデル

2．研削加工の幾何学

2．1　最大砥粒切込み深さ

図 2 に平面研削における砥石と工作物の相対運動モデルを示す．砥石の回転と同時に，工作物も一定速度で動いているから，砥粒切れ刃の工作物に対する切削径路（相対運動軌跡）はトロコイド曲線になる．しかし，工作物の送り速度 v は，砥石周速度 V に比べて十分小さいから，図のように，切削経路を砥石外周の円弧に等しいと考えてさしつかえない．

いま，砥石表面上の切れ刃（Ⅰ）の切削経路を A⌒B，この切れ刃のつぎに切削する（後続する）切れ刃（Ⅱ）の切削径路を C⌒F とすると，二つの径路で囲まれた ABFC の部分が後続切れ刃の切りくずになる．このとき，切れ刃（Ⅱ）の切込み深さは 0 から始まり，最大砥粒切込み深さ $g_m(=\overline{BE})$ に達した後，急激に小さくなる．図の幾何学的関係から g_m は次式で与えられる．

$$g_m \fallingdotseq \overline{FB}\sin\theta \tag{1}$$

切削経路 A⌒B の曲率中心を O，経路 C⌒F の曲率中心を O′とすれば，

$$\overline{OO'} = \overline{FB} = \frac{av}{V} \tag{2}$$

となる．ここで a は，**図 3** に示した平均切れ刃間隔 ω で

はなく，砥石回転方向の同一線上に並んでいる切れ刃の間隔であり，これを「連続切れ刃間隔」という．砥石直径を D，切込み深さを t とすると式(1)の $\sin\theta$ は次式で近似できる．

$$\sin\theta \fallingdotseq 2\sqrt{\frac{t}{D}} \tag{3}$$

式(2)と式(3)を式(1)に代入すると，最大砥粒切込み深さ g_m は次式で与えられる．

$$g_m \fallingdotseq 2a\frac{v}{V}\sqrt{\frac{t}{D}} \tag{4}$$

円筒内／外面研削においては，工作物の内／外径を d とすると，g_m は次式で与えられる．

$$g_m \fallingdotseq 2a\frac{v}{V}\sqrt{t\left(\frac{1}{D}\pm\frac{1}{d}\right)} \tag{5}$$

上式と後述の式(11)に出てくる $1/d$ の符号は，正の場合が円筒外面研削，負の場合が内面研削である．

さて上式は，フライス加工の幾何学をそのまま研削に適用したに過ぎず，大きな問題を抱えている．すなわち a の値が一定であれば，上式は砥石と工作物の幾何学的作動条件が g_m に及ぼす影響を明示していると言える．しかし，砥粒切れ刃の突き出し高にはばらつきがあるから，切込み深さを小さくすると a は大きくなる．つまり a は，ある作業面（表面）性状を有する砥石に固有の値ではなく g_m の影響を受ける．したがって，式(5)は解析式としては不完全と言わざるを得ない．

そこで式(5)の両辺を a で割ることを考える．このとき，左辺の g_m/a に物理的な意味はないが，右辺は幾何学的作動条件のみによって決まる値になって理解しやすい．一方，ある作業面性状を有する砥石を 1/10 に縮小して眺めたとき，g_m と a はともに 1/10 になるから，g_m/a は変化しない．つまり，より一般化した指標として取り扱える．そこで g_m/a を指標として，切れ刃の作用状態を分析する場合があるので，記憶にとどめて頂きたい．

一方，研削中の砥粒に働く力は砥粒切込み深さにではなく，切れ刃の切削断面積に比例すると考えるのが妥当であろう．切れ刃の切削断面積も切削距離に応じて変化するから，つぎに砥粒平均切削断面積すなわち「平均切りくず断面積」a_m について検討する．

2．2 平均切りくず断面積

図 2 において，紙面に垂直な方向の研削幅を b とすると，単位時間あたりの除去体積 U は，

$$U = bvt \tag{6}$$

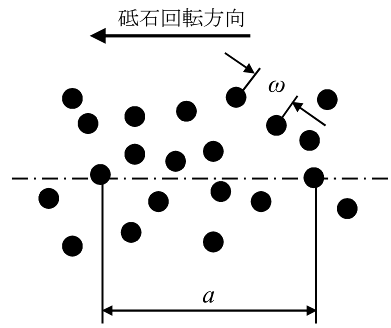

図 3 砥石表面の平均切れ刃間隔 ω と連続切れ刃間隔 a

となる．単位時間に研削に関与する砥石の表面積は bV であるから，この面積中に存在する切れ刃の総数は bV/ω^2 である．したがって，1 個の切れ刃によって削り出される切りくずの平均体積 u は次式で与えられる．

$$u = U\left(\frac{\omega^2}{bV}\right) = \omega^2\frac{v}{V}t \tag{7}$$

一方，切削作用によって変形する前の「未変形切りくず長さ」l_c は「砥石と工作物の接触長さ」l（=A⌒B）に等しいと仮定すると，l_c は次式で近似できる．

［※ 図 2 を良く見ると，切れ刃（Ⅱ）の切削開始点は砥石最下点ではなく，A 点と C 点の中間にあるから，その分 l_c は長くなるが，$\overline{\mathrm{AC}}/2$ は小さいものとして，ここでは無視している］

$$l_c \fallingdotseq l \fallingdotseq \sqrt{\mathrm{Dt}} \tag{8}$$

よって u を l_c で割れば，平均切りくず断面積 a_m が得られる．

$$a_m = \omega^2\boxed{\frac{v}{V}\sqrt{\frac{t}{D}}} \tag{9}$$

右辺の□内の値は，砥石の種類や表面状態に無関係で，幾何学的作動条件のみによって決まる無次元数なので，これを φ とおくと次式が得られる．

$$a_m = \omega^2\varphi \tag{10}$$

円筒内／外面研削の場合，φ は次式で与えられる．

$$\varphi = \frac{v}{V}\sqrt{t\left(\frac{1}{D}\pm\frac{1}{d}\right)} \tag{11}$$

前述のように，砥粒切れ刃の突き出し高にはばらつきがあるから，切込み深さが小さくなると作用砥粒数は減り，結果 ω の値は大きくなる．つまり式(10)もまた，不確かな因子を抱えている．

とはいえ ω が一定であれば，砥粒に加わる負荷は φ

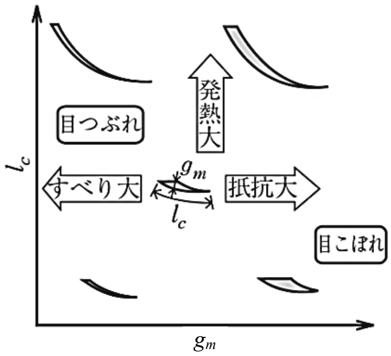

図 4　切りくず形状と研削状態

によって決まることになる．つまり，v/V の値が大きい程大きな負荷が作用する．t, D および d の影響は比較的小さいが，t が大きい程，D と d の小さい程，負荷が増大する．また，d 以外の条件が同じなら，円筒内面研削，平面研削，円筒外面研削の順で，砥粒に加わる負荷が大きくなると言える．

ここまでの解析に用いた，未変形切りくず長さ l_c と平均切れ刃間隔 ω ついてさらにくわしく検討する．

2．3　未変形切りくず長さ

前節では簡単のため，砥粒の切削経路を円弧と仮定したが，実際にはトロコイド曲線に沿って切削する．したがって平面研削の場合，未変形切りくず長さ l_c は次式で近似できる．

$$l_c \fallingdotseq \left(1 \pm \frac{v}{V}\right)\sqrt{Dt} \tag{12}$$

ここで速度比 v/V の符号は，正が上向き研削の（砥粒切れ刃の切削方向とテーブルの運動方向が，図 2 に示すように，向かい合っている）場合を，負が下向き研削の場合を，それぞれ示す．v/V の値は普通 10^{-2} 程度なのでこれを無視すると，平面研削における l_c は先の式(8)で近似できることになる．なお，円筒内／外面研削の場合，l_c は次式で近似できる．

$$l_c \fallingdotseq \sqrt{t \Big/ \left(\frac{1}{D} \pm \frac{1}{d}\right)} \tag{13}$$

ここで，$1/d$ の符号の意味は式（5）の場合と同じである．

図 4 は，切りくず形状と研削状態の関係をまとめたものである．最大砥粒切込み深さ g_m（あるいは g_m/a）が大き過ぎると砥粒に過大な衝撃が加わって，破砕や脱落が顕著になる．これを目こぼれ状態という．逆に g_m が小さ過ぎると砥石の自生作用（自生発刃作用）が機能しなくなる．また g_m が小さく，かつ l_c が大きい条件では，切れ刃の摩滅摩耗が進み，切削性能の低下が早まる．これを目つぶれ状態という．

したがって，目つぶれが激しい場合には，g_m がより大きく，かつ l_c が小さくなるような加工条件に，目こぼれが激しい場合には g_m がより小さくなるような作動条件に変更する必用がある．

なお，同じ結合度の砥石でも g_m が小さいと切れ刃に加わる衝撃も小さくなるから，砥粒は脱落しにくくなり，あたかも砥石の結合度が高くなったかのように見える．この状態を「砥石が硬く作用する」と表現することがあり，その反対の状態を「砥石が柔らかく作用する」というので，頭の片隅に残して頂きたい．

一方，任意の砥粒の工作物との接触長さを研削時間について足し合わせたものが，砥粒切削長さ L である．砥石の回転数を N, 研削時間を τ とすると，L は次式で与えられる．

$$L = l_c N \tau \tag{14}$$

L は，1 個の砥粒が切削した長さの総計であるから，砥粒の摩耗や切れ味の変化を検討する場合に必要とされる因子である

2．4　平均切れ刃間隔と平均砥粒間隔

砥石の単位表面積に存在する切れ刃の総数を C, 平均切れ刃間隔を ω とすると，次の関係が成り立つ．

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{C}} \tag{15}$$

前述のように，ω は平均切りくず断面積を決めるのに必要とされる重要な因子である．そこでつぎに，平均切れ刃間隔と平均砥粒間隔について検討する．

いま，砥石内部の任意断面における理想的な「平均砥粒間隔」について考える．まず**図 5** に示すように，砥石内部の単位平面（幅×奥行き＝1×1）で切断される砥粒の数 N_p を求める．砥粒を均一な直径 d_0 の球形と仮定すると，N_p は体積（$1\times1\times d_0$）の中に中心を有する砥粒（図 5 でハッチングした砥粒）の数である．砥粒 1 個の体

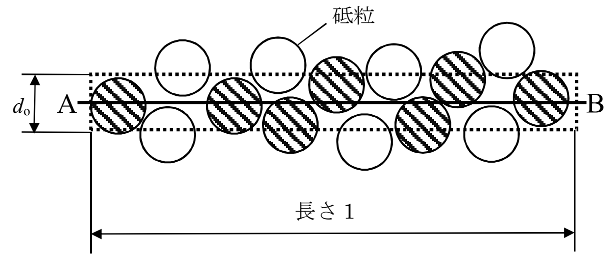

図 5　砥石内部の砥粒分布

積は$\pi d_0^3/6$であるから，V_gを砥粒率（砥石全体に占める砥粒の体積百分率）とすると，次の関係が得られる．

$$N_p \times \frac{\pi}{6} d_0^{\,3} = V_g \times 1^2 \times d_0 \tag{16}$$

よってN_pは，次式で与えられる．

$$N_p = \frac{6V_g}{\pi d_0^{\,2}} \tag{17}$$

したがって，砥石内部における平均砥粒間隔ω'は，

$$\omega' = \frac{1}{\sqrt{N_p}} = \sqrt{\frac{\pi}{6V_g}} \times d_0 \tag{18}$$

となる．V_g は普通 0.4～0.5 であるから，これを代入して計算すると $\omega' = (1.14～1.02)d_0$ となる．つまり，ω' は砥粒の平均径 d_0 とほとんど等しいことになる．

しかし，ω' は砥石内部の一断面における砥粒の平均間隔を求めたものであって，砥石表面では一部の砥粒が脱落・欠損しているから，砥石内部での値よりも大きいはずである．さらに 1 個の砥粒に 1 個の切れ刃があるとは限らないから，砥石表面の平均切れ刃間隔 ω を知るには，これを実測するほかない．

図 6 は，各種の粒度と結合度の砥石についてωを測定した結果で，その値は d_0 の 1.3～2 倍程度になっている．砥粒が脱落・欠損する割合は，ドレッシングが粗いほど，結合度が弱いほど大きくなるから，これに伴ってω は増加する．

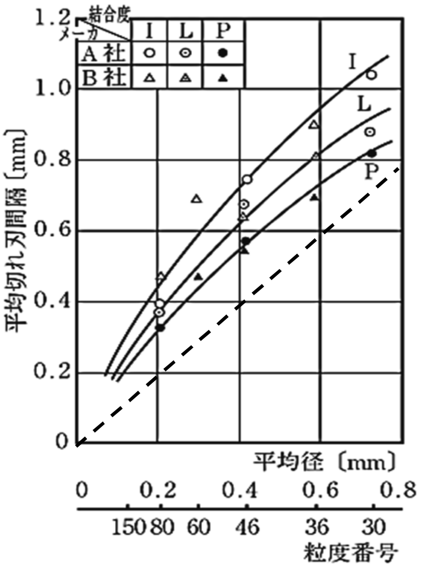

図 6 各種砥石の平均切れ刃間隔

表 1 研削における主要な幾何パラメータ

砥粒最大切込み深さ g_m	$g_m \fallingdotseq 2a\frac{v}{V}\sqrt{t\left(\frac{1}{D}\pm\frac{1}{d}\right)}$
研削の幾何学的作動条件によって決まる，無次元数 φ	$\varphi = \frac{v}{V}\sqrt{t\left(\frac{1}{D}\pm\frac{1}{d}\right)}$
平均切りくず断面積 a_m	$a_m = \omega^2\varphi = \omega^2\frac{v}{V}\sqrt{t\left(\frac{1}{D}\pm\frac{1}{d}\right)}$
未変形切りくず長さ l_c または砥石と工作物の接触長さ l	$l_c \fallingdotseq l \fallingdotseq \sqrt{t/\left(\frac{1}{D}\pm\frac{1}{d}\right)}$

2．5 砥粒切れ刃の先端形状

砥粒切れ刃の先端形状は，切削性能を左右するばかりでなく，仕上げ面粗さや加工精度にも影響する．摩耗した切れ刃は逃げ面が平らになるから，顕微鏡によって容易に識別できるが，ドレッシング直後の場合には，どこに切れ刃があるのかさえわからない（初回のレクチャーで示した砥石表面の顕微鏡写真参照）．

切れ刃の先端形状は様々であるが，工作物の除去機構を数理的に取り扱うため，先達の多くは理想化したモデル形状を導入している．その代表例が，切れ刃先端の平均形状を円錐形と仮定するもので，その垂直断面形状（プロフィル）は三角形になる．粗ドレッシングした直後の切れ刃は，この種のものが多いと考えられており，今後取り組む研削仕上げ面粗さの解析においては，このモデルが使われることになる．

小野らは，ごく小さい切込みで平面研削を行って研削痕を調べている．その結果によると，平均的な切れ刃の先端角 2γ は 140°～160°程度であり，ドレッシングが精密になると，さらに大きくなるとしている．切れ刃は円錐形と仮定しているから，この半角γ がすくい角と考えると，いかにも切れ味の悪そうな工具であると言える．

3．おわりに

表 1 は，本稿で取り上げた主なパラメータをまとめたものである．これらは，今後行う研削抵抗や研削熱などの解析に役立つので，記憶にとどめていただきたい．

なお，今回の記事を読んで気づかれたと思うが，数式が出てきたら，これを漫然と眺めるのでなく，各因子の意義と重み（指数）に注意するとともに，不確かな因子が紛れ込んでいないか気をつけて頂きたい．

一方，今後度々出てくる実験式の場合には，通常，次元の一致が見られないため，式に付記されている単位でしか正しい解が得られないから，ご注意願いたい．